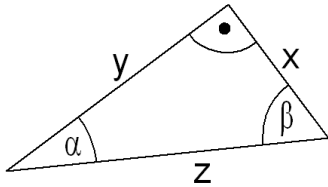


## Die Sinus- und Kosinusfunktion – Lösungen

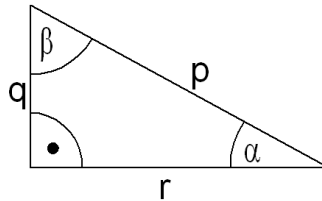
1. Drücke in jedem Dreieck der folgenden Abbildungen  $\sin\alpha$ ,  $\sin\beta$ ,  $\cos\alpha$  und  $\cos\beta$  durch ein Verhältnis der Seiten aus.

a)



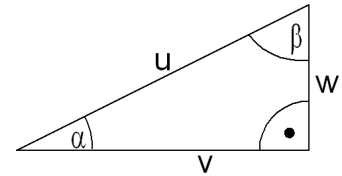
$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \sin\alpha &= \frac{x}{z} \\ \sin\beta &= \frac{y}{z} \\ \cos\alpha &= \frac{y}{z} \\ \cos\beta &= \frac{x}{z} \end{aligned}$$

b)



$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \sin\alpha &= \frac{q}{p} \\ \sin\beta &= \frac{r}{p} \\ \cos\alpha &= \frac{r}{p} \\ \cos\beta &= \frac{q}{p} \end{aligned}$$

c)



$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \sin\alpha &= \frac{w}{u} \\ \sin\beta &= \frac{v}{u} \\ \cos\alpha &= \frac{v}{u} \\ \cos\beta &= \frac{w}{u} \end{aligned}$$

Benutze in den Aufgaben Nr. 2 – 5 den Taschenrechner.

2. Bestimme nachstehende Sinuswerte.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \sin 17^\circ \\ &= 0,2924 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad \sin 26,2^\circ \\ &= 0,4415 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad \sin 22,7^\circ \\ &= 0,3859 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \sin 38^\circ \\ &= 0,6157 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad \sin 42,5^\circ \\ &= 0,6756 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k)} \quad \sin 37,9^\circ \\ &= 0,6143 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \sin 63^\circ \\ &= 0,8910 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g)} \quad \sin 54,8^\circ \\ &= 0,8171 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l)} \quad \sin 49,5^\circ \\ &= 0,7604 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad \sin 79^\circ \\ &= 0,9816 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h)} \quad \sin 71,1^\circ \\ &= 0,9461 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m)} \quad \sin 82,3^\circ \\ &= 0,9910 \end{aligned}$$

3. Bestimme folgende Kosinuswerte.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \cos 21^\circ \\ &= 0,9336 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad \cos 24,3^\circ \\ &= 0,9114 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad \cos 19,8^\circ \\ &= 0,9409 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \cos 35^\circ \\ &= 0,8192 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad \cos 44,9^\circ \\ &= 0,7083 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k)} \quad \cos 39,2^\circ \\ &= 0,7749 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \cos 47^\circ \\ &= 0,6820 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g)} \quad \cos 51,1^\circ \\ &= 0,6280 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l)} \quad \cos 45,7^\circ \\ &= 0,6984 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad \cos 82^\circ \\ &= 0,1392 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h)} \quad \cos 68,6^\circ \\ &= 0,3649 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m)} \quad \cos 83,1^\circ \\ &= 0,1201 \end{aligned}$$

4. Welcher Winkel gehört zu folgenden Sinuswerten?

a)  $\sin \alpha = 0,3256$   
 $\alpha = 19^\circ$

d)  $\sin \alpha = 0,1305$   
 $\alpha = 7,5^\circ$

g)  $\sin \delta = 0,8329$   
 $\delta = 56,4^\circ$

k)  $\sin \delta = 0,3341$   
 $\delta = 19,52^\circ$

b)  $\sin \beta = 0,7193$   
 $\beta = 46^\circ$

e)  $\sin \beta = 0,4571$   
 $\beta = 27,2^\circ$

h)  $\sin \varepsilon = 0,9070$   
 $\varepsilon = 65,09^\circ$

l)  $\sin \varepsilon = 0,6528$   
 $\varepsilon = 40,75^\circ$

c)  $\sin \gamma = 0,9205$   
 $\gamma = 67^\circ$

f)  $\sin \gamma = 0,6401$   
 $\gamma = 39,8^\circ$

i)  $\sin \gamma = 0,9900$   
 $\gamma = 81,89^\circ$

m)  $\sin \gamma = 0,9531$   
 $\gamma = 72,38^\circ$

5. Bestimme zu folgenden Kosinuswerten die Winkel.

a)  $\cos \alpha = 0,8988$   
 $\alpha = 26^\circ$

d)  $\cos \alpha = 0,9641$   
 $\alpha = 15,4^\circ$

g)  $\cos \delta = 0,6252$   
 $\delta = 51,3^\circ$

k)  $\cos \delta = 0,8828$   
 $\delta = 18,02^\circ$

b)  $\cos \beta = 0,6947$   
 $\beta = 46^\circ$

e)  $\cos \beta = 0,7581$   
 $\beta = 40,7^\circ$

h)  $\cos \varepsilon = 0,5045$   
 $\varepsilon = 59,7^\circ$

l)  $\cos \varepsilon = 0,7711$   
 $\varepsilon = 39,55^\circ$

c)  $\cos \gamma = 0,3420$   
 $\gamma = 70^\circ$

f)  $\cos \gamma = 0,7083$   
 $\gamma = 44,9^\circ$

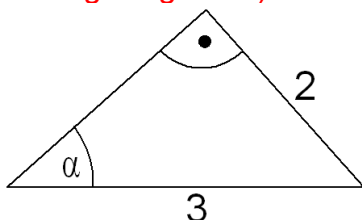
i)  $\cos \gamma = 0,1063$   
 $\gamma = 83,9^\circ$

m)  $\cos \gamma = 0,2960$   
 $\gamma = 72,78^\circ$

6. Bestimme Winkel  $\alpha$  zeichnerisch und mit Hilfe des Taschenrechners.

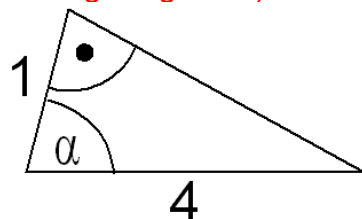
a)  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$

Lösung Aufgabe a)



$\sin \alpha = \frac{2}{3} = 0,6667$   
 $\alpha \approx 41,8^\circ$

Lösung Aufgabe c)

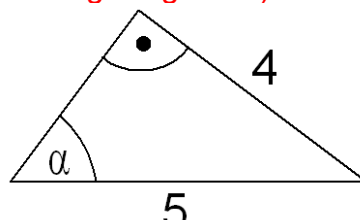


$\cos \alpha = \frac{1}{4} = 0,2500$   
 $\alpha \approx 75,5^\circ$

b)  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$

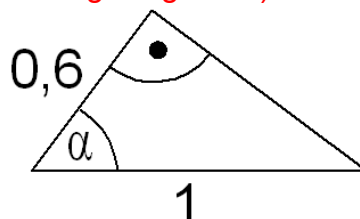
c)  $\cos \alpha = \frac{1}{4}$

Lösung Aufgabe b)



$\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,800$   
 $\alpha \approx 53,1^\circ$

Lösung Aufgabe d)



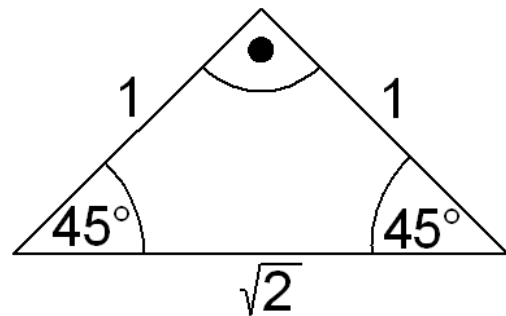
$\cos \alpha = \frac{0,6}{1} = 0,600$   
 $\alpha \approx 53,1^\circ$

7. Berechne mit Hilfe geeigneter rechtwinkliger Dreiecke auf 3 Dezimalen.

a)  $\sin 45^\circ$       | b)  $\sin 60^\circ$       | c)  $\sin 30^\circ$       | d)  $\cos 30^\circ$

Lösung a)

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$$



Lösung b)

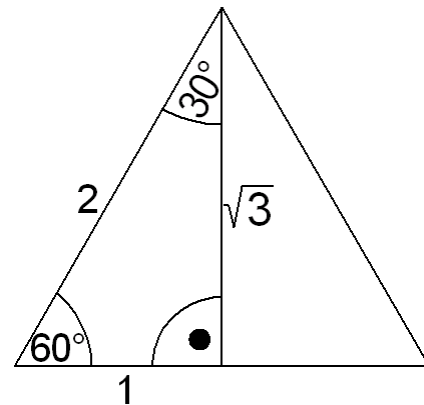
$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$$

Lösung c)

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0,5$$

Lösung d)

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$$



8. Im rechtwinkligen Dreieck ABC mit c als Hypotenuse sind gegeben:

**Gegeben:**

- a)  $b = 6,3 \text{ cm}, c = 10 \text{ cm};$
- b)  $a = 20,2 \text{ cm}, c = 25 \text{ cm};$
- c)  $a = 3,11 \text{ m}, \alpha = 43^\circ;$
- d)  $b = 19,70 \text{ m}, \alpha = 38^\circ;$

**Gesucht:**

- $\alpha, \beta, a$
- $\alpha, \beta, b$
- $\beta, c, b$
- $\beta, c, a$

Zur Lösung der Aufgaben sind meist mehrere Lösungswege möglich.

**Lösung a) ausführlich:**

Berechnung von  $\alpha$ :

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{6,3}{10}$$

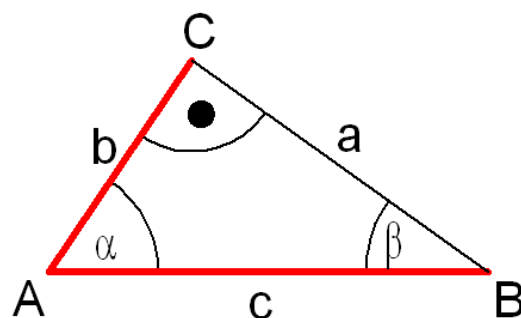
$$\cos \alpha = 0,6300$$

$$\alpha = 50,94^\circ$$

Berechnung von  $\beta$ :

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

$$\beta = 39,06^\circ$$



Berechnung von a:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$a = c \cdot \sin \alpha$$

$$a = 10 \cdot \sin 50,94^\circ$$

$$a = 7,77 \text{ cm}$$

**Lösungen b)**

$$\alpha = 53,9^\circ$$

$$\beta = 36,1^\circ$$

$$b = 14,73 \text{ cm}$$

**Lösungen c)**

$$\beta = 47^\circ$$

$$c = 4,56 \text{ m}$$

$$b = 3,34 \text{ m}$$

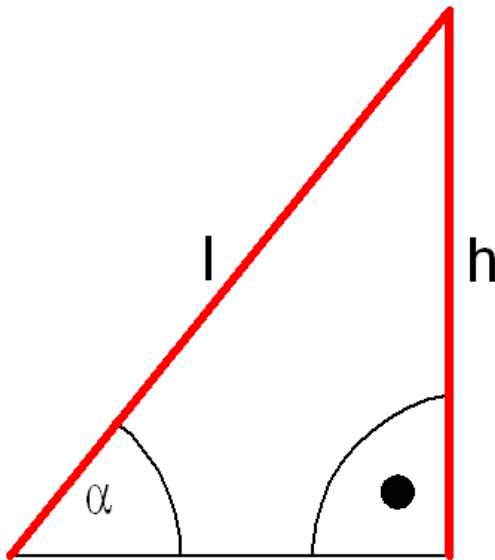
**Lösungen d)**

$$\beta = 52^\circ$$

$$c = 25 \text{ m}$$

$$a = 15,39 \text{ m}$$

9. Eine Seilbahn ist  $l = 2,5 \text{ km}$  ( $1,5 \text{ km}$ ) lang und überwindet dabei einen Höhenunterschied  $h = 1570 \text{ m}$  ( $990 \text{ m}$ ). Welchen durchschnittlichen Steigungswinkel  $\alpha$  hat die Seilbahn?



$$\sin \alpha = \frac{h}{l}$$

$$(1) \sin \alpha = \frac{1570}{2500}$$

$$\sin \alpha = 0,6280$$

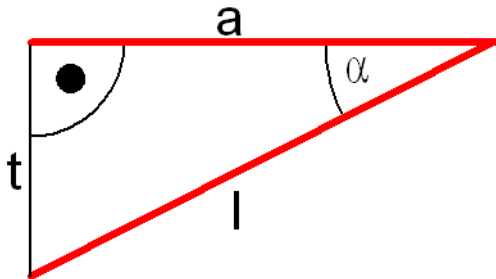
$$\alpha = 38,9^\circ$$

$$(2) \sin \alpha = \frac{990}{1500}$$

$$\sin \alpha = 0,6600$$

$$\alpha = 41,3^\circ$$

10. Der senkrecht in die Erde führende Schacht einer Erzgrube ist auf der Ebene  $a = 480 \text{ m}$  ( $8910 \text{ m}$ ) von der Verladestation entfernt. Ein Förderband, das  $l = 500 \text{ m}$  ( $1 \text{ km}$ ) lang ist, verbindet den Fußpunkt des Schachtes mit der Verladestation. Welchen durchschnittlichen Steigungswinkel  $\alpha$  hat das Förderband und wie tief ist der Schacht?



Berechnung von  $\alpha$ :

$$\cos \alpha = \frac{a}{l}$$

$$(1) \cos \alpha = \frac{480}{500}$$

$$\cos \alpha = 0,9600$$

$$\alpha = 16,26^\circ$$

$$(2) \cos \alpha = \frac{910}{1000}$$

$$\cos \alpha = 0,9100$$

$$\alpha = 24,49^\circ$$

Berechnung von  $t$ :

$$\sin \alpha = \frac{t}{l}$$

$$t = l \cdot \sin \alpha$$

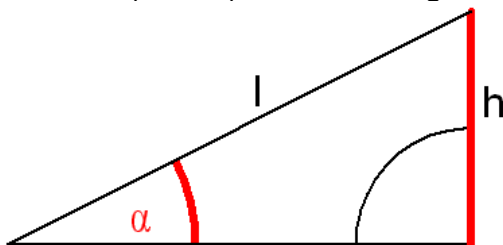
$$(1) t = 500 \cdot \sin 16,26^\circ$$

$$t = 140 \text{ m}$$

$$(2) t = 1000 \cdot \sin 24,49^\circ$$

$$t = 414,5 \text{ m}$$

11. Die gerade Teilstrecke einer Passstrasse hat einen durchschnittlichen Steigungswinkel  $\alpha = 5^\circ$  ( $11^\circ$ ) und überwindet dabei einen Höhenunterschied  $h = 70 \text{ m}$  ( $120 \text{ m}$ ). Welche Länge  $l$  hat die Teilstrecke?



$$\sin \alpha = \frac{h}{l}$$

$$l = \frac{h}{\sin \alpha}$$

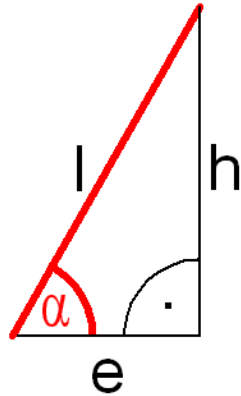
$$(1) l = \frac{70}{\sin 5^\circ}$$

$$l = 803,16 \text{ m}$$

$$(2) l = \frac{120}{\sin 11^\circ}$$

$$l = 628,93 \text{ m}$$

12. Eine voll ausgefahrne Feuerwehrleiter ist  $l = 30$  m ( $45$  m) lang und lehnt am Giebel eines Hauses. Der Steigungswinkel der Leiter ist  $\alpha = 47^\circ$  ( $60^\circ$ ). Welchen Abstand  $e$  hat das Feuerwehrauto vom Haus? In welcher Höhe  $h$  berührt die Leiter den Giebel des Hauses?



$$\cos \alpha = \frac{e}{l}$$
$$e = l \cdot \cos \alpha$$

$$(1) e = 30 \cdot \cos 47^\circ$$
$$e = 20,46 \text{ m}$$

$$(2) e = 45 \cdot \cos 60^\circ$$
$$e = 22,5 \text{ m}$$